



# Геоинформационный подход к решению проблемы геометрически справедливого раздела дна Каспия между прикаспийскими государствами

**С.А. Лоренс<sup>1,2</sup>✉, В.М. Руденко<sup>2</sup>,  
О.И. Челябинца<sup>2</sup>, Н.Д. Мархабатов<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

<sup>2</sup> Российский государственный университет туризма и сервиса, Подольск, Россия

✉ serge.a.lawrence@gmail.com

**ЦИТИРОВАНИЕ** Лоренс С.А., Руденко В.М., Челябинца О.И., Мархабатов Н.Д. Геоинформационный подход к решению проблемы геометрически справедливого раздела дна Каспия между прикаспийскими государствами // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2025. Т. 69, № 6. С. 111–123. DOI:10.30533/GiA-2025-052.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА** геоинформационная система, QGIS, полигоны Вороного — Тиссена, Каспийское море, деление дна Каспия

**АННОТАЦИЯ** Поскольку дно Каспия чрезвычайно богато углеводородными ресурсами, возникла проблема его раздела между пятью прикаспийскими государствами для разработки и добычи нефти и природного газа. В настоящей работе представлено окончательное решение этой долгосрочной проблемы. Согласно Конвенции о правовом статусе Каспийского моря (Актау, 2018), поверхность и воды Каспия считаются общими для судов всех прикаспийских государств, поэтому практической задачи раздела именно поверхности Каспия не стоит. Однако в данной статье условный геометрически справедливый раздел поверхности Каспия приведен не в качестве самоцели, а как промежуточный результат, при этом ортогональная проекция полученного раздела поверхности на дно моря даст искомый раздел дна Каспия. Понятие геометрической справедливости понимается в том смысле, что точка поверхности моря принадлежит, например, Ирану тогда и только тогда, когда эта точка находится ближе всего к побережью Ирана. Таким образом, хотя поверхность Каспия играет вспомогательную роль, требуется алгоритм геометрически справедливого раздела именно поверхности моря между пятью прикаспийскими государствами. В работе представлен такой алгоритм, использующий системы полигонов Вороного — Тиссена. Он реализован в геоинформационной системе QGIS. Полученный в результате раздел Каспия сравнивается с официально признанным на сегодняшний день. Указано, что, хотя геометрическая справедливость является базовой, не менее

важны и надстроечные факторы — экономические, природные, финансовые и геополитические. Предложенный в работе геоинформационный подход можно применять к разделу любых геообъектов.

## 1 Введение

Большой интерес исследователей разных профилей к Каспийскому морю обусловлен тем, что оно обладает очень существенными запасами углеводородов. По данным Международной ассоциации по оценке воздействия на окружающую среду (*англ.* International Association for Impact Assessment, IAIA), Каспийский бассейн содержит 48 млрд баррелей нефти и 292 трлн кубических футов природного газа в найденных и потенциальных запасах [1]. В настоящее время на Каспии активно продолжается разведка и добыча нефтегазовых ресурсов [2–4].

Вплоть до 1991 года выход в Каспийское море имели только два государства — СССР и Иран. Протяженность береговой линии моря, принадлежавшей Советскому Союзу, составляла более 86 %, и Каспийское море долгое время фактически было внутренним водоемом в границах СССР. Лишь на юге оно омывало берега Ирана<sup>1</sup>, поэтому проблем по определению правового статуса Каспия не возникало. К тому же тогда это море практически не использовалось как источник углеводородов. Формально раздел Каспия опирался и опирается сегодня на геометрический *принцип срединной линии*: «Если берега двух государств расположены один против другого или примыкают друг к другу, ни то ни другое государство не имеет права, если только между ними не заключено соглашение об ином, распространять свое территориальное море за срединную линию, проведенную таким образом, что каждая ее точка является равноотстоящей от ближайших точек исходных линий, от которых отмеряется ширина территориального моря каждого из этих двух государств»<sup>2</sup>.

После распада СССР ситуация кардинально изменилась, и Каспийское море стали делить между собой уже пять государств: Азербайджан, Иран, Казахстан, Россия и Туркменистан. При этом принцип срединной линии потерял свою практическую эффективность и используется как принцип *ad hoc*. Актуальный на сегодняшний день раздел дна Каспия производился на основе взаимных договоренностей прикаспийских государств. Именно так сформированы действующие границы дна Каспия между Россией и ее непосредственными соседями, Азербайджаном и Казахстаном, причем граница дна между Азербайджаном и Казахстаном в центральной части Каспия сформирована по принципу срединной линии.

Таким образом, Каспийское море оказалось значимым ресурсом экономики в мировом масштабе, что привело к постоянным спорам о продлении границ пяти прибрежных государств на поверхность всего моря так, чтобы она делилась на пять участков, соответствующих пяти прикаспийским государствам. При этом подразумевается, что соответствующие участки дна моря, ортогонально проецируемые на полученные участки поделенной поверхности моря, дадут геометрически справедливое разбиение *дна* моря между пятью прикаспийскими государствами для разработки и добычи запасов из его недр. Важно отметить, что речь здесь идет не о территориальных морях, прилежащих зонах или континентальных шельфах, а об исключительных экономических зонах, определяемых статьей 48 Конвенции ООН по морскому праву<sup>2</sup>.

Несмотря на то, что с 1991 года прошло уже почти тридцать пять лет, статус Каспийского моря до сих пор окончательно не определен. В августе 2018 года

1 ТАСС. 2019. 1 окт. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://tass.ru/politika/6949435> (дата обращения: 05.06.2025).

2 Конвенция Организации Объединенных Наций по морскому праву: ратифицирована Федеральным законом РФ от 26 февраля 1997 г. № 30-ФЗ. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1900747> (дата обращения: 05.06.2025).

в Актау между Азербайджаном, Ираном, Казахстаном, Россией и Туркменистаном была подписана Конвенция о правовом статусе Каспийского моря<sup>3</sup>. Согласно этому документу, поверхность и воды Каспийского моря остаются в общем пользовании сторон, но дно (и, соответственно, недра под морским дном) делится соседними государствами по договоренности между ними. Хотя, согласно конвенции, поверхность Каспия и его воды являются общими, введем понятие воображаемого *геометрически справедливого раздела поверхности Каспия* между пятью прикаспийскими государствами, чтобы спроектировать полученный раздел поверхности ортогонально (т. е. перпендикулярно) поверхности Каспия на дно моря и в результате получить геометрически справедливый раздел дна Каспия, в чем и состоит цель настоящей работы.

Иран (и только Иран) не ратифицировал Конвенцию о правовом статусе Каспийского моря, и периодически государства-участники предпринимают очередные попытки достигнуть окончательной договоренности. Так, последнее (восьмое) заседание рабочей группы высокого уровня по этому вопросу состоялось 24–26 июня 2024 года в Тегеране. Однако окончательного решения, удовлетворяющего все стороны, пока не найдено. Важно понимать, что, поскольку у России не осталось разногласий с Азербайджаном и Казахстаном, на сегодняшний день нерв противоречия натянут только между Ираном и Азербайджаном, Ираном и Туркменистаном.

В практическом применении установление границ дна Каспийского моря между пятью прикаспийскими государствами — сложная проблема, решение которой должно учитывать многосторонние факторы: географические, природные, экономические, финансовые, геополитические, технологические и др. Однако в настоящей работе мы рассматриваем эту проблему с чисто геометрической точки зрения, ставя следующее *условие геометрической справедливости*: *всякая точка на поверхности моря должна принадлежать тому государству, к береговой границе которого эта точка находится ближе всего*.

Важно отметить, что, хотя геометрическая справедливость является базовой, не менее важны и вышеперечисленные надстроечные факторы. В любом случае границы дна Каспия формируются как базисными геометрическими, так и надстроечными геополитическими факторами и поэтому могут быть установлены в результате договоренностей между смежными прикаспийскими государствами.

## 2 Материалы и методы

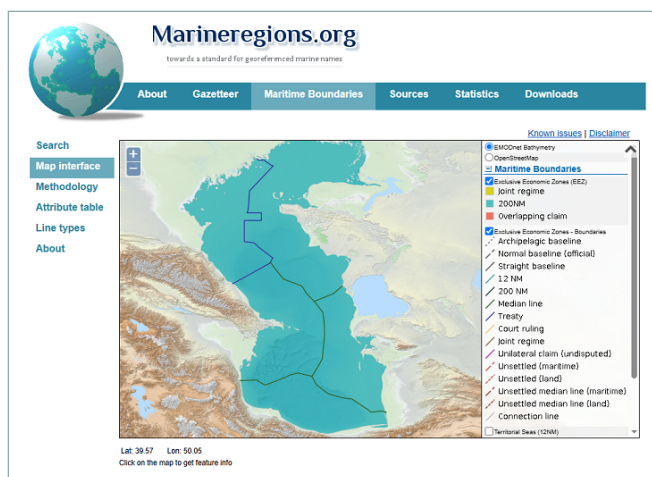
### 2.1 Теоретическая база метода: система полигонов Вороного – Тиссена

Рис. 1

Карта исключительных экономических зон

Fig. 1

Exclusive economic zone map



В рамках данного исследования понадобятся актуальная береговая граница Каспийского моря и сухопутные границы между прикаспийскими государствами. Все эти границы доступны на карте исключительных экономических зон (ИЭЗ) (рис. 1)<sup>4</sup>.

Мы разбиваем береговую границу моря достаточно большим числом  $n$  случайных точек, равномерно распределенных на границе. Эти  $n$  точек

3 Конвенция о правовом статусе Каспийского моря. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.kremlin.ru/supplement/5328> (дата обращения: 05.06.2025).

4 Marine Regions. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://marineregions.org> (дата обращения: 09.06.2025).

будем называть *вершинами-генераторами*, имея в виду, что они предназначены для генерирования системы полигонов Вороного –Тиссена<sup>5,6,7</sup> [5, 6] на плоскости, также называемой системой *локусов*, причем единственным образом. Каждый locus представляет собой выпуклый полигон, содержащий внутри себя ровно одну вершину-генератор, причем все точки внутри этого локуса оказываются расположенными ближе к находящейся в этом локусе вершине-генератору, чем к любой другой вершине-генератору. Более формально система локусов определяется следующими тремя свойствами:

- 1) внутри каждого локуса находится ровно одна из  $n$  вершин-генераторов;
- 2) каждая из  $n$  вершин-генераторов находится внутри ровно одного локуса;
- 3) всякая точка  $P$  поверхности моря находится геометрически ближе к вершине-генератору локуса, в котором оказалась точка  $P$ , чем к любой другой вершине-генератору.

Наконец, все локусы, примыкающие к границе одного и того же государства, сливаются в один полигон, от которого затем отсекается сухопутная часть, т. е. часть, оказавшаяся вне моря. В результате получается геометрически справедливый раздел поверхности моря на пять частей, соответствующих пяти прикаспийским государствам, причем геометрическая справедливость гарантируется свойством 3. Полученный раздел поверхности моря будет ортогонально (перпендикулярно) поверхности спроектирован на дно моря, что даст искомый раздел дна Каспия (и, соответственно, недр под дном).

Для работы была выбрана геоинформационная система (ГИС) QGIS из-за наличия в ней встроенной функции построения системы полигонов Вороного –Тиссена по данному множеству вершин-генераторов.

## 2.2 Постановка задачи

Море представляет собой геообъект (географический объект), который будем обозначать  $S$ , а его границу —  $\partial S$ . Последняя состоит из объединения пяти внутренне непересекающихся линий, обозначаемых  $(\partial S)_i$  (где  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) и соответствующих береговым границам пяти прикаспийских государств. Мы ставим задачу построения геометрически справедливого разбиения поверхности моря  $S$  на пять *частей*, обозначаемых  $S_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ). Ортогональная проекция полученного разбиения поверхности на дно моря даст искомое геометрически справедливое разбиение дна Каспия. Термин «геометрически справедливое разбиение» означает, что выполняются следующие два условия:

- 1) для каждого  $i = 1, \dots, 5$  часть  $S_i$  содержит в своей береговой границе линию  $(\partial S)_i$ ;
- 2) всякая точка  $P$  внутри  $S$  принадлежит части  $S_i$  тогда и только тогда, когда расстояние от  $P$  до  $(\partial S)_i$  меньше или равно расстоянию от  $P$  до  $(\partial S)_j$  при всех  $j$ , не равных  $i$  (условие геометрической справедливости).

Условие геометрической справедливости можно перефразировать так: всякая точка  $P$  внутри  $S$  принадлежит тому государству, к береговой границе которого эта точка находится ближе всего.

Для решения поставленной задачи, алгоритм которого представлен в подразделе 3.1 статьи, пронумеруем прилегающие к морю  $S$  государства целыми числами в алфавитном порядке: 1) Азербайджан; 2) Иран; 3) Казахстан; 4) Россия; 5) Туркменистан. На береговой границе моря  $\partial S$ , используя равномерное распределение, сгенерируем  $n$  случайных точек  $P_1, \dots, P_n$ , которые будут играть роль

5 Yamada I. Thiessen Polygons // International Encyclopedia of Geography: People, the Earth, Environment and Technology. Wiley-Blackwell, 2017. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781118786352.wbieg0157> (дата обращения: 09.06.2025).

6 Brassel K.E., Douglas R. A Procedure to Generate Thiessen Polygons // Geographical Analysis. 1979. Vol. 11. Is. 3. P. 289–303.

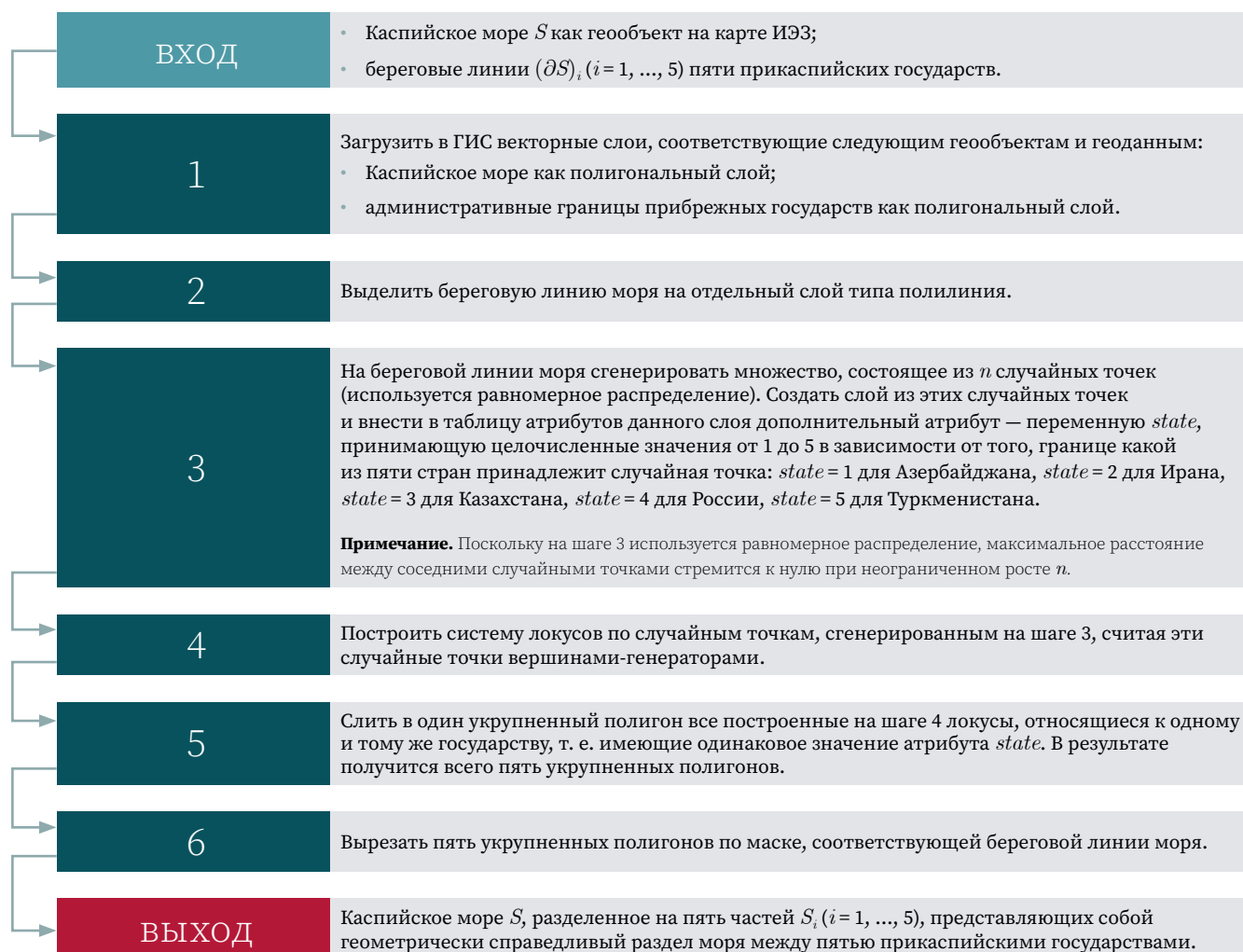
7 Croley T.E., Hartmann H.C. Resolving Thiessen Polygons // Journal of Hydrology. 1985. Vol. 76. P. 363–379.

вершин-генераторов системы локусов (или системы полигонов Вороного – Тиссена) в нижеследующем построении. Каждую точку  $P_k \in \{P_1, \dots, P_n\}$  снабдим атрибутом *state* – переменной, принимающей целочисленные значения от 1 до 5 и соответствующей государству, содержащему точку  $P_k$  в своей береговой границе, где *state* = 1 для Азербайджана, *state* = 2 для Ирана, *state* = 3 для Казахстана, *state* = 4 для России, *state* = 5 для Туркменистана. В случае, если  $P_k$  оказалась на границе сразу двух государств, атрибуту *state* присваивается значение любого из них. Далее строится система локусов для данного множества вершин-генераторов  $\{P_1, \dots, P_n\}$  на плоскости. Как объяснено выше, система локусов определяется следующими тремя свойствами:

- 1) каждый локус содержит ровно одну вершину-генератор  $P_k \in \{P_1, \dots, P_n\}$ ;
- 2) каждая вершина-генератор  $P_k$  находится внутри ровно одного локуса;
- 3) для каждого  $k \in \{1, \dots, n\}$  всякая точка внутри локуса, содержащего вершину-генератор  $P_k$ , расположена к  $P_k$  ближе, чем к любой другой вершине-генератору  $P_j$  ( $j \neq k$ ) (таким образом, локус, содержащий вершину-генератор  $P_k$ , можно рассматривать как область исключительного влияния  $P_k$ ).

### 3 Результаты

#### 3.1 Алгоритм



## 3.2 Реализация алгоритма в программной среде QGIS

Для решения задачи, поставленной выше, понадобится карта Каспийского моря с его береговой линией, а также сухопутными границами между пятью прикаспийскими государствами. С этой целью возьмем карту ИЭЗ (рис. 1). Шейп-файл такой ГИС-карты можно получить на сайте Marine Regions<sup>8</sup>. Заметим, что на этой карте также обозначен официальный на сегодняшний день раздел дна Каспия между пятью прикаспийскими государствами. Далее этот официальный раздел дна Каспия сравнивается с геометрически справедливым разделом, полученным в настоящей работе.

Важно отметить, что граница раздела Каспийского моря на рис. 1 двухцветная: одна часть границы обозначена синими линиями, а другая — черными, причем, согласно легенде к карте, границы синего цвета между Азербайджаном и Россией, а также между Россией и Казахстаном договорные, т. е. они определены не как геометрически справедливые, а как результаты договоренностей между сопредельными государствами.

Главный результат настоящей статьи — предполагаемый раздел дна Каспия между пятью прикаспийскими государствами при соблюдении принципа геометрической справедливости.

В функционале современных информационных систем имеются специальные инструменты для построения полигонов Вороного — Тиссена. Одним из таких инструментов является бесплатное программное обеспечение QGIS<sup>9</sup>. Оно было выбрано для исследования как мощная и свободно распространяемая кросс-платформенная ГИС, в которой поддерживаются экспорт и импорт форматов файлов различных ГИС, текстовых и графических файлов, а также таблиц баз данных. Система QGIS имеет богатый встроенный функционал, в том числе построение полигонов Вороного — Тиссена. Имеется также возможность загрузки дополнительных модулей анализа данных. Ниже описывается, как реализуется алгоритм, описанный ранее, в программной среде QGIS.

### Вход

1. Береговая линия Каспийского моря, а также границы пяти прикаспийских государств (море было загружено как полигональный объект с веб-сайта Natural Earth<sup>10</sup>; пространственное разрешение геоданных устанавливается на максимальное значение 10 м, чтобы учесть все изломы береговой линии).
2. Набор геоданных по административным границам государств (загружается с веб-сайта VLIZ<sup>11</sup>).

### Шаг 1

Входные слои данных импортируются в проект QGIS в виде шейп-файлов. Из исходных слоев, загруженных на шаге 1, были выделены только интересующие нас геообъекты и геоданные, а именно: Каспийское море из первого слоя и сухопутные границы пяти прикаспийских государств (Азербайджан, Иран, Казахстан, Россия, Туркменистан) из второго слоя. Предварительно также были

8 Marine Regions. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://marineregions.org> (дата обращения: 09.06.2025).

9 Spatial without Compromise: Spatial Visualization and Decision-Making Tools for Everyone. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://qgis.org> (дата обращения: 09.06.2025).

10 Natural Earth. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.naturalearthdata.com> (дата обращения: 09.06.2025).

11 VLIZ: IMIS. The Intersect of the Exclusive Economic Zones and IHO Sea Areas, Version 5. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.vliz.be/nl/imis?module=dataset&dasid=8660> (дата обращения: 09.06.2025).

удалены ненужные нам атрибуты из таблиц атрибутов входных слоев и добавлен атрибут *state* для нумерации государств.

**Шаг 2**

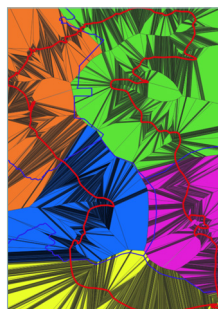
Береговая линия моря выделяется на отдельный слой типа полилиния. В среде QGIS есть соответствующий пункт меню для преобразования полигонов в полилинии.

**Шаг 3**



На границе моря генерируются  $n = 10\,000$  случайных точек (рис. 2). Это число достаточно велико для адекватного моделирования, потому что при увеличении  $n$  получаемый раздел Каспия визуально перестает изменяться. В любом случае  $n$  — изменяемый параметр алгоритма, и при необходимости его можно увеличить. Далее слой с генерированными случайными точками накладывается на слой с границами государств для извлечения информации о том, какому государству принадлежит конкретная случайная точка.

**Шаг 4**



Строится система локусов по множеству случайных точек, сгенерированных на шаге 3. Результат этого построения представлен на рис. 3. Для вызова функции, которая строит полигоны Вороного — Тиссена, в среде QGIS есть специальный пункт меню — «Вектор / Обработка геометрии / Полигоны Вороного». На рис. 3 границы построенных локусов выделены черным цветом, многие из них сливаются, образуя черные области. Это объясняется большим числом узких локусов, которые, если их рассматривать вместе, визуально образуют черные области.

**Шаг 5**

Все построенные на шаге 4 локусы, соответствующие одному государству, сливаются в один полигон. Другими словами, в один полигон объединяются все локусы, имеющие одинаковые значения атрибута *state*. В результате получаются пять укрупненных полигонов, которые и дают искомый раздел Каспия между пятью прикаспийскими государствами. Как видно по рис. 3, процесс построения локусов распространился за пределы береговой границы моря, поэтому сухопутные части локусов удаляются путем обрезки по маске *S*. На рис. 4, где части моря выделены заливкой разных цветов, соответствующих пяти прикаспийским государствам, эта маска обозначена внешней красной линией, совпадающей с береговой границей Каспийского моря.

**Выход**

Геометрически справедливый раздел дна Каспийского моря *S* на пять частей между пятью прикаспийскими государствами (рис. 4) (полученные в результате раздела участки окрашены в цвета соответствующих государств [ср. рис. 3] и обрамлены внешней красной линией, совпадающей с береговой границей Каспийского моря).



**Рис. 2** Наложение слоя со случайными точками на слой с границами государств

**Fig. 2** Layer with random points is laid on the layer with state borders

**Рис. 3** Система локусов для случайных точек, сгенерированных на рис. 2

**Fig. 3** System of loci for the random points generated in Fig. 2

**Рис. 4** Раздел дна Каспия в геоинформационной системе QGIS

**Fig. 4** Division of the Caspian seabed in QGIS

**Условные обозначения**  
 — официальные границы дна Каспия в соответствии с картой исключительных экономических зон

## 4 Обсуждение

Хотя официальные границы раздела дна Каспия между пятью прикаспийскими государствами до сих пор окончательно не утверждены (конвенция до сих пор не ратифицирована Ираном), существуют официальные карты ИЭЗ. Интересно приведенное на рис. 4 сопоставление действующего раздела дна Каспия по карте ИЭЗ и геометрически справедливого раздела, полученного в настоящей статье при помощи полигонов Вороного — Тиссена. Заметим, что, согласно рис. 4, в некоторых местах Каспийского моря, например в центральной части границы дна между Азербайджаном и Казахстаном, граница дна по карте ИЭЗ практически совпадает с полученной нами границей. Однако в других местах наблюдаются отклонения границ, особенно между Ираном, Азербайджаном и Туркменистаном. Эти отклонения частично объясняются следующими причинами.

Первая и основная причина заключается в том, что реальные границы устанавливаются, основываясь не только на геометрических принципах, но и на результатах переговоров между прикаспийскими государствами. Например, в оказавшемся в российской зоне небольшом прямоугольном выступе в верхней части моря (рис. 1–4), в котором сосредоточены значительные запасы природного газа, видимо, были советские добывающие скважины и инфраструктурные инсталляции, которые перешли к России.

Вторая причина состоит в том, что, согласно Конвенции ООН по морскому праву<sup>12</sup>, границей государства по морю может быть как линия наибольшего отлива вдоль берега (статья 5, раздел 2), так и прямая исходная линия, соединяющая соответствующие точки (статья 7). В данном исследовании в качестве границы моря была взята его граница, определенная физической картой (слой 1 на шаге 1), и не использовалась карта, показывающая линию наибольшего отлива, или карта с упрощением изрезанных границ, особенно таких сложных, как в месте впадения Волги в Каспийское море.

Третья причина состоит в том, что уровень Каспийского моря имеет тенденцию к падению с середины 1990-х годов и может упасть на 9–18 м до конца XXI века, вследствие чего площадь поверхности моря сократится на 23 % при падении уровня моря на 9 м и на 34 % — при падении на 18 м [7]. (Такие катастрофические процессы происходят из-за глобального потепления климата и уменьшения количества осадков в бассейне Волги.) Таким образом, береговая линия самого моря постоянно претерпевает изменения.

В качестве четвертой причины можно указать тот факт, что граница моря и прибрежные границы государств были взяты с разных карт, которые находятся в общедоступных источниках. Карты имеют разные разрешения изображения и системы координат, которые затем нужно привести к одной, и при этом могут возникнуть искажения. Можно отметить, что для решения большинства задач по разделу полигонального геообъекта входные данные могут быть упрощены до границы полигона и точек на ней, которые делят эту границу на отдельные части. В этом случае подобных проблем не возникнет.

## 5 Выводы

В данной статье продемонстрированы уникальные возможности геоинформационного подхода в решении задачи раздела географического водного объекта на части при соблюдении условия геометрической справедливости.

<sup>12</sup> Конвенция Организации Объединенных Наций по морскому праву: ратифицирована Федеральным законом РФ от 26 февраля 1997 г. № 30-ФЗ. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1900747> (дата обращения: 05.06.2025).

Преимущество предлагаемого подхода состоит в учете сложного рельефа местности и излома границ. В то же время использование математически строгого критерия геометрической справедливости раздела водного геообъекта на части позволяет осуществлять моделирование с высокой степенью точности. В перспективе при изменении береговой линии Каспийского моря или других входных геоданных раздел дна Каспия легко будет уточнить и перестроить с помощью ГИС.

Полученный результат по разделу дна Каспия следует рассматривать как демонстрацию авторского метода раздела этого водного геообъекта на части между прибрежными государствами по данному разделению береговой границы геообъекта на участки границ прибрежных государств. Авторы ни в коей мере не оспаривают официально признанный на сегодняшний день раздел дна Каспия. Предложенный в статье геометрический подход можно использовать как базовый инструмент для геометрически справедливого раздела любых водных геообъектов (например, раздела поверхности озера Онтарио между США и Канадой [8, 9], поверхности озера Байкал между Иркутской областью и Республикой Бурятия [10] и т. д.).

В перспективе предлагаемый метод можно применять для геометрически справедливого раздела любых геообъектов, таких как водные объекты, лесопарки, лесные массивы и др. Целями такого раздела могут быть, например, оптимизация выполнения каких-либо работ внутри геообъекта, мониторинг состояния геообъекта, его санитарная обработка и т. п. Геометрически справедливый раздел означает, что точка внутри геообъекта принадлежит тому собственнику или той административной единице (например, государству, субъекту федерации, муниципальному образованию или юридическому лицу), к границе которого (которой) эта точка наиболее близко расположена. Например, если на озере Байкал проводится поисково-спасательная операция, то поисковые работы можно разделить между двумя прибрежными федеральными субъектами — Иркутской областью и Республикой Бурятия. Преимущество предлагаемого в данном исследовании метода заключается в том, что геометрически справедливый раздел геообъекта можно осуществить легко и быстро при помощи ГИС. Таким образом, цель настоящей работы достигнута.

#### БЛАГОДАРНОСТИ


Авторы благодарят А.В. Тимофеевко, профессора Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева, за предоставленную возможность выступить с докладом по теме статьи в Красноярском математическом центре и за рекомендации по улучшению текста, а также профессоров Я.В. Кучериненко (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова) и О.Е. Афанасьева (Российский государственный университет туризма и сервиса) за полезные комментарии и предложения по докладу и статье. Отдельная благодарность первого автора адресована Олегу Полубасову и Константину Кнопку за продуктивные обсуждения биссекторного подхода к задаче геометрически справедливого раздела выпуклого полигона между его сторонами. Авторы планируют развить биссекторный подход в будущих исследованиях.

#### БИБЛИОГРАФИЯ



1. Сейед Х.Х.Х. Каспийский ресурс и интересы Ирана в этом регионе // Теории и проблемы политических исследований. 2017. Т. 6, № 4А. С. 101–112.
2. Абуталиева И.Р. Нефтегазоносность и основные источники углеводородного загрязнения Северного Каспия // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2005. № 6(29). С. 158–162.
3. Серикова У.С. Основные этапы развития нефтегазовой промышленности в Каспийском регионе // Известия высших учебных заведений. Геология и разведка. 2022. № 6. С. 70–83. DOI:10.32454/0016-7762-2022-64-6-70-83.
4. Серикова У.С., Алиев Э.М., Потемкин Г.Н. и др. Современное состояние разведки и освоения месторождений нефти и газа в Каспийском море // Известия высших учебных заведений. Геология и разведка. 2024. Т. 66, № 3. С. 31–44. DOI:10.32454/0016-7762-2024-66-3-31-44.
5. Han D., Bray M. Automated Thiessen Polygon Generation // Water Resources Research. 2006. Vol. 42. Is. 11. P. W11502. DOI:10.1029/2005WR004365.

6. Pokojski W., Pokojaska P. Voronoi Diagrams – Inventor, Method, Applications // Polish Cartographical Review. 2018. Vol. 50. Is. 3. P. 141–150. DOI:10.2478/pcr-2018-0009.
7. Prange M., Wilke T., Wesselinh F.P. The Other Side of Sea Level Change // Communications Earth & Environment. 2020. Vol. 1. P. 69. DOI:10.1038/s43247-020-00075-6.
8. Salter M., Geneviève P. The Securitization of the US – Canada Border in American Political Discourse // Canadian Journal of Political Science. 2011. Vol. 44. Is. 4. P. 929–951. DOI:10.1017/S0008423911000813.
9. Von Hlatky S., Trisko J.N. Sharing the Burden of the Border: Layered Security Co-Operation and the Canada – US frontier // Canadian Journal of Political Science. 2012. Vol. 45. Is. 1. P. 63–88. DOI:10.1017/S0008423911000928.
10. Безруков Л.А. Географическое положение Иркутской области: особенности и влияние на экономическое развитие // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Науки о Земле. 2017. Т. 20. С. 5–24.



**АВТОРЫ** **Лоренс Серж Александрович**

ФГБОУ ВО «Российский государственный университет туризма и сервиса»,  
Подольск, Россия;  
НАО «Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева», Астана, Казахстан  
кафедра криптологии, механико-математический факультет  
канд. физ.-мат. наук, доцент  
 0000-0002-5198-1633



**Руденко Валентина Михайловна**

 v.m.rudenko@gmail.com  
ФГБОУ ВО «Российский государственный университет туризма и сервиса»,  
Подольск, Россия  
Институт сервисных технологий  
канд. физ.-мат. наук, доцент  
 0000-0002-8364-5837

**Челяпина Ольга Ивановна**

 olga-chelyapina@mail.ru  
ФГБОУ ВО «Российский государственный университет туризма и сервиса»,  
Подольск, Россия  
Институт сервисных технологий  
канд. техн. наук, доцент  
 0000-0002-3555-8392

**Мархабатов Нурлан Дарханулы**

 markhabatov@gmail.com  
НАО «Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева», Астана, Казахстан  
кафедра криптологии, механико-математический факультет  
канд. физ.-мат. наук, доцент  
 0000-0002-5088-0208

Поступила 11.06.2025. Принята к публикации 19.12.2025. Опубликовано 26.12.2025.



# A Geoinformatics Approach to Solving the Problem of Geometrically Fair Division of the Caspian Seabed Between the Caspian States

**Serge A. Lawrence<sup>1,2</sup>✉, Valentina M. Rudenko<sup>2</sup>,  
Olga I. Chelyapina<sup>2</sup>, Nurlan D. Markhabatov<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup> Russian State University of Tourism and Service, Podolsk, Russia

✉ serge.a.lawrence@gmail.com

**CITATION** Lawrence SA, Rudenko VM, Chelyapina OI, Markhabatov ND. A Geoinformatics Approach to Solving the Problem of Geometrically Fair Division of the Caspian Seabed Between the Caspian States. *Izvestia Vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying*. 2025;69(6): 111–123. DOI:10.30533/GiA-2025-052.

**KEYWORDS** geographic information system, QGIS, Voronoi – Thiessen polygons, Caspian Sea, division of the Caspian seabed

**ABSTRACT** Since the Caspian seabed is extremely rich in hydrocarbon resources, there arises an urgent problem of dividing the Caspian seabed between the five Caspian littoral states for development and extraction of oil and natural gas. In this paper we provide a final solution to this long-standing problem. It should be said right away that according to the Convention on the Legal Status of the Caspian Sea (Aktau, 2018), the surface and waters of the Caspian are considered common to the ships of all Caspian states, so there is no practical problem of dividing the surface of the Caspian. However, we will still find a (conditional) geometrically fair division of the Caspian Sea surface, not as a purpose but as an intermediate result, and then the orthogonal projection of the obtained division of the sea surface onto the sea bottom will give the desired division of the Caspian Sea bottom. The concept of geometric justice is understood in the sense that a point on the surface of the sea belongs, for example, to Iran if and only if this point is closest to the coast of Iran. Thus, although the surface of the Caspian Sea plays a secondary role, we need an algorithm for a geometrically fair division of the sea surface between the five Caspian states. The article presents an algorithm for a geometrically fair division of the Caspian Sea surface between the five Caspian states, using Voronoi – Thiessen polygons. The algorithm is implemented in the QGIS geographic information system. The resulting division of the Caspian Sea is compared with the one officially recognized today. It is pointed out that although geometric justice

is basic, superstructural factors (such as economic, natural, financial and geopolitical) are no less important. The geoinformation approach proposed in the paper can be applied to division of any geo-objects.


**ACKNOWLEDGEMENTS**

The authors thank professor A.V. Timofeenko, V.P. Astafyev Krasnoyarsk State Pedagogical University, for giving us the opportunity to present a talk on the topic of the article at the Krasnoyarsk Mathematical Center. We also thank professors A.V. Timofeenko, Ya.V. Kucherinenko, M.V. Lomonosov Moscow State University, and O.E. Afanasyev, Russian State University of Tourism and Service, for useful comments and suggestions on the talk and article. Besides, the first author thanks Oleg Polubasov and Konstantin Knop for useful discussions of the bisector approach to the problem of geometrically fair division of the interior of a convex polygon between its sides. The authors plan to develop the bisector approach in future studies.



**REFERENCES**

1. Seyed HHK. Kaspiiskii resurs i interesy Irana v etom regione [Caspian Resource and Iran's Interests in This Region]. *Theories and Problems of Political Studies*. 2017;6(4A): 101–112. (In Russian).
2. Abutalieva IR. Neftegazonosnost' i osnovnye istochniki uglevodorodnogo zagryazneniya Severnogo Kaspiya [Oil and Gas Content and Main Sources of Hydrocarbon Pollution of the Northern Caspian]. *Bulletin of the Astrakhan State Technical University*. 2005;6(29): 158–162. (In Russian).
3. Serikova US. Osnovnye etapy razvitiya neftegazovoi promyshlennosti v Kaspiiskom regione [Main Stages of Oil and Gas Industry Development in the Caspian Region]. *Proceedings of Higher Educational Establishments: Geology and Exploration*. 2022;6: 70–83. (In Russian). DOI:10.32454/0016-7762-2022-64-6-70-83.
4. Serikova US, Aliev JEM, Potemkin GN, et al. Sovremennoe sostojanie razvedki i osvoeniya mestorozhdenij nefti i gaza v Kaspijskom more [Current State of Exploration and Development of Oil and Gas Fields in the Caspian Sea]. *Proceedings of Higher Educational Establishments: Geology and Exploration*. 2024;66(3): 31–44. (In Russian). DOI:10.32454/0016-7762-2024-66-3-31-44.
5. Han D, Bray M. Automated Thiessen Polygon Generation. *Water Resources Research*. 2006;42(11): W11502. DOI:10.1029/2005WR004365.
6. Pokojski W, Pokojaska P. Voronoi Diagrams – Inventor, Method, Applications. *Polish Cartographical Review*. 2018;50(3): 141–150. DOI:10.2478/pcr-2018-0009.
7. Prange M, Wilke T, Wesselin FP. The Other Side of Sea Level Change. *Communications Earth & Environment*. 2020;1: 69. DOI:10.1038/s43247-020-00075-6.
8. Salter MB, Geneviève P. The Securitization of the US – Canada Border in American Political Discourse. *Canadian Journal of Political Science*. 2011;44.4: 929–951.
9. Von Hlatky S, Trisko JN. Sharing the Burden of the Border: Layered Security Co-Operation and the Canada – US Frontier. *Canadian Journal of Political Science*. 2012;45(1): 63–88. DOI:10.1017/S0008423911000928.
10. Bezrukov LA. Geograficheskoe polozhenie Irkutskoi oblasti: osobennosti i vliyanie na ekonomicheskoe razvitie [The Economic-Geographical Position of Irkutsk Region: Features and Impact on the Economic Development]. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series "Earth Sciences"*. 2017;20: 5–24. (In Russian).

**AUTHORS****Serge A. Lawrence**

Russian State University of Tourism and Service, Podolsk, Russia;  
L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan  
Department of Cryptology, Faculty of Mechanics and Mathematics  
PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor  
 0000-0002-5198-1633

**Valentina M. Rudenko**

 v.m.rudenko@gmail.com  
Russian State University of Tourism and Service, Podolsk, Russia  
Institute of Service Technologies  
PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor  
 0000-0002-8364-5837

**Olga I. Chelyapina**

✉ olga-chelyapina@mail.ru

Russian State University of Tourism and Service, Podolsk, Russia

Institute of Service Technologies

PhD in Engineering, Associate Professor

🆔 0000-0002-3555-8392

**Nurlan D. Markhabatov**

✉ markhabatov@gmail.com

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

Department of Cryptology, Faculty of Mechanics and Mathematics

PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor

🆔 0000-0002-5088-0208

Submitted: June 11, 2025. Accepted: December 19, 2025. Published: December 26, 2025.