



Об определении направляющих косинусов вектора луча визирования в системах координат различных камер (сенсоров)

Е.В. Козин¹

¹Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия

ekozin1970@mail.ru

ЦИТИРОВАНИЕ Козин Е.В. Об определении направляющих косинусов вектора луча визирования в системах координат различных камер (сенсоров) // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2025. Т. 69, № 5. С. 46–53. DOI:10.30533/GiA-2025-051.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА стереосъемка, изображение, камера, координата, луч визирования

АННОТАЦИЯ Для определения высот точек местности наиболее приемлемым является метод конвергентной съемки, когда вектор луча визирования наклонен под углом от надира. Точность измерений имеет свой максимум при пересечении оптических осей зон обзора под прямым углом. Стереосъемка включает три основные составляющие: регистрацию лучей камерой (сенсором, сканером), движение центра масс носителя и изменение его углового положения. Направление вектора луча визирования в системе координат аппаратуры наблюдения задают направляющие косинусы вектора луча визирования, для определения которых в системах координат различных камер (сенсоров), как правило, применяются аналитические фотограмметрические и стереофотограмметрические методы. Кроме того, необходимо учитывать, что для определения направляющих косинусов вектора луча визирования в системе координат различных по геометрии построения изображений камер (сенсоров) требуется знать способ и закон сканирования (съемки), применяемые в конкретной системе наблюдения. В современных системах наблюдения наиболее часто используется метод равномерного поэлементного сканирования в плоскости, перпендикулярной направлению полета носителя аппаратуры наблюдения. В данной статье предлагается краткий анализ определения угловых величин (направляющих косинусов) в системах координат кадровой, панорамной, щелевой и оптико-механической камер.

1 Введение

Высоты точек местности целесообразнее определять с помощью метода конвергентной съемки, когда вектор луча визирования наклонен под углом от надира. Точность измерений имеет свой максимум при пересечении оптических осей зон обзора под прямым углом. Увеличение наклона осей визирования ведет к увеличению базиса стереосъемки, возрастанию искажений, а как следствие, к потере качества (измерение пространственного разрешения пикселя на местности, определение пограничной нерезкости и частотно-контрастной характеристики объектива) изображений и их разномасштабности.

Известно, что для полного определения положения точки местности данных только одного снимка недостаточно. Три координаты точки местности можно найти, если она изобразилась на двух снимках, полученных с различных точек съемки (наблюдения). Стереосъемка включает три основные составляющие: регистрацию лучей сенсором (камерой), движение центра масс носителя и изменение его углового положения^{1,2,3,4} [1–4].

Направление вектора луча визирования в системе координат аппаратуры наблюдения задают величины, определяющие положение данного вектора. Этими величинами являются направляющие косинусы вектора луча визирования.

Для определения направляющих косинусов (c, d, l) вектора \vec{r} луча визирования в системе координат камеры (сенсора) $SXYZ$ необходимо знать способ и закон сканирования, применяемые в конкретной системе наблюдения⁵ [5–7]. В данной статье предлагается краткий анализ определения угловых величин (направляющих косинусов) в системах координат различных по геометрии построения изображений камер (сенсоров).

2 Материалы и методы

Для определения направляющих косинусов луча визирования в системах координат различных камер (сенсоров), как правило, применяются аналитические фотограмметрические и стереофотограмметрические методы. При этом используются математические преобразования между различными системами координат (например, системой координат снимка и внешней ориентацией) для точного расчета пространственных параметров.

3 Результаты и обсуждение

3.1 Ориентация вектора луча визирования в системе координат кадровой камеры

Положение луча визирования для каждой точки снимка в системе координат кадровой камеры определяется сферическими координатами α_k и β_k (рис. 1) из следующих выражений:

-
- 1 Родионов Б.Н. Динамическая фотограмметрия. М.: Недра, 1983. 311 с.
 - 2 Тюфлин Ю.С. Космическая фотограмметрия при изучении планет и спутников. М.: Недра, 1986. 271 с.
 - 3 Урмаев М.С. Орбитальные методы космической геодезии. М.: Недра, 1981. 256 с.
 - 4 Владимиров В.М., Дмитриев Д.Д., Дубровская О.А. и др. Дистанционное зондирование Земли: учеб. пособие / под ред. В.М. Владимирова. М.: ИНФРА-М; Красноярск: СФУ, 2017. 196 с.
 - 5 Исмаил Е.Е. Данные дистанционного зондирования Земли. Принципы и критерии оценки качества. М.: LAP Lambert Academic Publishing, 2013. 116 с.

1 \odot $\alpha_k = \arctg \frac{x-x_0}{f_k},$

2 \odot $\beta_k = \arctg \frac{(y-y_0)\cos\alpha_k}{f_k},$

где x и y — плоские прямоугольные координаты точки на кадровом изображении;

x_0, y_0, f_k — элементы внутреннего ориентирования кадровой камеры (f_k — фокусное расстояние кадровой камеры; x_0, y_0 — координаты главной точки изображения).

Пусть \vec{r}_k — вектор, составляющими которого являются направляющие косинусы луча визирования в системе координат кадровой камеры. Для определения его составляющих воспользуемся выражением

3 \odot $\vec{r}_k = A_{\alpha_k} A_{\beta_k} \vec{r}^e,$

где \vec{r}^e — единичный вектор-столбец оптической оси в системе координат кадровой камеры;

$A_{\alpha_k}, A_{\beta_k}$ — известные матрицы поворота на сферические углы α_k, β_k :

4 \odot $A_{\alpha_k} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_k & 0 & -\sin \alpha_k \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_k & 0 & \cos \alpha_k \end{bmatrix},$

$A_{\beta_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_k & -\sin \beta_k \\ 0 & \sin \beta_k & \cos \beta_k \end{bmatrix}.$

В результате преобразований

5 \odot $\vec{r}_k = \begin{pmatrix} c \\ d \\ l \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_k & 0 & -\sin \alpha_k \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_k & 0 & \cos \alpha_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_k & -\sin \beta_k \\ 0 & \sin \beta_k & \cos \beta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_k & -\sin \alpha_k \sin \beta_k & -\sin \alpha_k \cos \beta_k \\ 0 & \cos \beta_k & -\sin \beta_k \\ \sin \alpha_k & \cos \alpha_k \sin \beta_k & \cos \alpha_k \cos \beta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_k \sin \alpha_k \\ \sin \beta_k \\ -\cos \alpha_k \cos \beta_k \end{bmatrix}$

выражение определения направляющих косинусов в системе координат кадровой камеры принимает следующий вид:

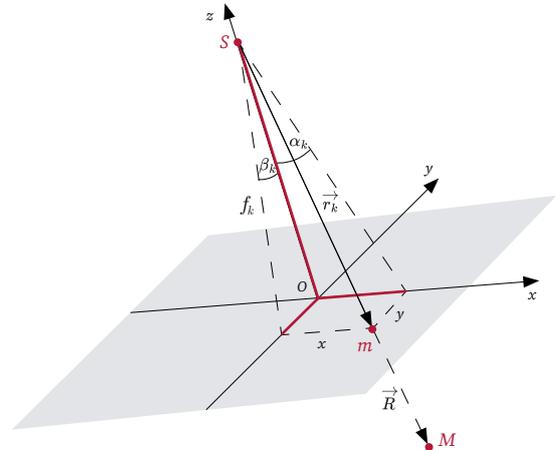
6 \odot $\vec{r}_k = \begin{bmatrix} \cos \beta_k \sin \alpha_k \\ \sin \beta_k \\ -\cos \alpha_k \cos \beta_k \end{bmatrix}.$

Рис. 1 \odot

Положение луча визирования в системе координат кадровой камеры

Fig. 1

Position of the sighting beam in the coordinate system of the frame camera



3.2 Ориентация вектора луча визирования в системе координат панорамной камеры

Положение луча визирования для каждой точки снимка в системе координат панорамной камеры определяется сферическими координатами α_p и β_p (рис. 2) из выражений

7 \odot $\alpha_p = \arctg \frac{x-x_0}{f_p},$

8 \odot $\beta_p = \arctg \frac{y-y_0}{f_p},$

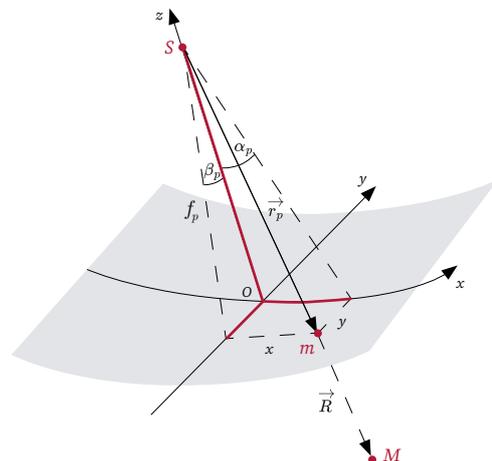
где x и y — плоские прямоугольные координаты точки на панорамном изображении;

Рис. 2 \odot

Положение луча визирования в системе координат панорамной камеры

Fig. 2

Position of the sighting beam in the coordinate system of the panoramic camera



x_0, y_0, f_p — элементы внутреннего ориентирования панорамной камеры (f_p — фокусное расстояние панорамной камеры; x_0, y_0 — координаты главной точки изображения).

Пусть \vec{r}_p — вектор, составляющими которого являются направляющие косинусы луча визирования в системе координат панорамной камеры. Для определения его составляющих воспользуемся выражением

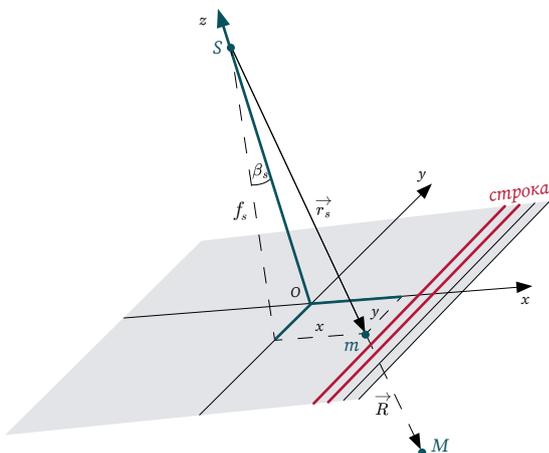
9 \blacktriangleright
$$\vec{r}_p = A_{\alpha_p} A_{\beta_p} \vec{r}^e,$$

где $A_{\alpha_p}, A_{\beta_p}$ — известные матрицы поворота на сферические углы α_p, β_p ; \vec{r}^e — единичный вектор-столбец луча визирования в системе координат панорамной камеры.

10 \blacktriangleright
$$\begin{aligned} \vec{r}_p &= \begin{pmatrix} c \\ d \\ l \end{pmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha_p & 0 & -\sin \alpha_p \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_p & 0 & \cos \alpha_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_p & -\sin \beta_p \\ 0 & \sin \beta_p & \cos \beta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha_p & -\sin \alpha_p \sin \beta_p & -\sin \alpha_p \cos \beta_p \\ 0 & \cos \beta_p & -\sin \beta_p \\ \sin \alpha_p & \cos \alpha_p \sin \beta_p & \cos \alpha_p \cos \beta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \beta_p \sin \alpha_p \\ \sin \beta_p \\ -\cos \alpha_p \cos \beta_p \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

3.3 Ориентация вектора луча визирования в системе координат щелевой камеры

Рис. 3 \blacktriangledown
Положение луча визирования в системе координат щелевой камеры
Fig. 3
Position of the sighting beam in the coordinate system of the slit camera



При щелевой съемке положение луча визирования в системе координат камеры в момент времени t определяется углом β_s (рис. 3). Одному моменту времени t будут соответствовать все точки, расположенные на одной строке изображения, определяемой из выражения

11 \blacktriangleright
$$\beta_s = \arctg \frac{y-y_0}{f_s},$$

где x и y — плоские прямоугольные координаты точки на щелевом изображении;

x_0, y_0, f_s — элементы внутреннего ориентирования щелевой камеры (f_s — фокусное расстояние щелевой камеры; x_0, y_0 — координаты главной точки изображения).

Для определения направляющих косинусов в системе координат щелевой камеры воспользуемся следующими отношениями:

12 \blacktriangleright
$$\vec{r}_s = A_{\beta_s} \vec{r}^e,$$

где \vec{r}^e — единичный вектор-столбец луча визирования в системе координат щелевой камеры;

A_{β_s} — известная матрица поворота на сферический угол β_s , определяющий текущее положение сканирующего луча \vec{r}_s в момент времени t в системе координат щелевой камеры:

13 \blacktriangleright
$$A_{\beta_s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_s & -\sin \beta_s \\ 0 & \sin \beta_s & \cos \beta_s \end{bmatrix}.$$

Тогда направляющие косинусы луча визирования в системе координат щелевой камеры определяются следующим образом:

14 \blacktriangleright
$$\begin{aligned} \vec{r}_s &= \begin{pmatrix} c \\ d \\ l \end{pmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_s & -\sin \beta_s \\ 0 & \sin \beta_s & \cos \beta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \beta_s \\ -\cos \beta_s \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

3.4 Ориентация вектора луча визирования в системе координат оптико-механической камеры

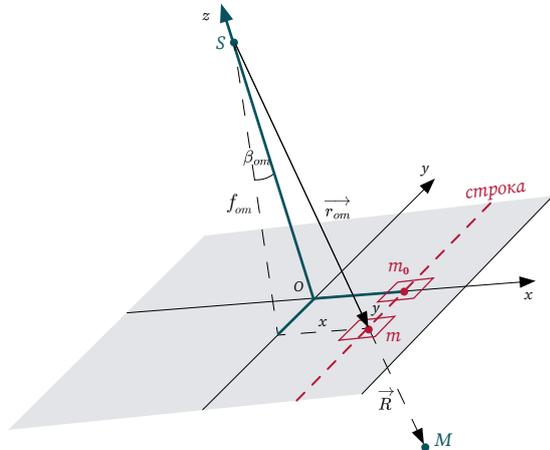
В настоящее время в системах наблюдения наиболее часто применяется равномерное сканирование в плоскости, перпендикулярной направлению полета носителя. При оптико-механической съемке положение луча визирования для каждой точки снимка в системе координат камеры в момент времени t определяется углом β_{om} (рис. 4).

Рис. 4

Положение луча визирования в системе координат оптико-механической камеры

Fig. 4

Position of the sighting beam in the coordinate system of the optical-mechanical camera



Одному моменту времени t будут соответствовать один элемент (точка), определяемый из выражения

15
$$\beta_{om} = \Delta\beta(m - m_0)$$

16 или
$$\beta_{om} = \Delta\beta\left(\tau - \frac{\tau_0}{2}\right)2 \frac{m_0}{\tau_0},$$

где $\Delta\beta$ — изменение угла отклонения сканирующего зеркала между двумя последовательными элементами (опросами) строки сканирования;

τ_0 — время рабочего хода ($\tau \leq \tau_0$);

m_0 — номер центрального элемента в строке, соответствующий нулевому углу поворота зеркала ($\beta_0 = 0$) и времени $\tau_0/2$.

Для определения направляющих косинусов в системе координат камеры воспользуемся следующими аналогичными отношениями:

17
$$\vec{r}_{om} = A_{\beta_{om}} \vec{r}^e,$$

где \vec{r}^e — единичный вектор-столбец луча визирования в системе координат оптико-механической камеры;

$A_{\beta_{om}}$ — известная матрица поворота на сферический угол β_{om} , определяющий текущее положение сканирующего луча \vec{r}_{om} в момент времени t в системе координат камеры.

В результате направляющие косинусы луча визирования в системе координат оптико-механической камеры определяются^{6,7,8} [8–10] следующим образом:

18
$$\vec{r}_{om} = \begin{pmatrix} c \\ d \\ l \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_{om} & -\sin \beta_{om} \\ 0 & \sin \beta_{om} & \cos \beta_{om} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \beta_{om} \\ -\cos \beta_{om} \end{bmatrix}.$$

4 Выводы

Таким образом, хотя аналитические выражения имеют схожий вид, их различие состоит в определении угловых координат точек (объектов), изображенных на разнородных снимках. Кроме того, для вычисления направляющих косинусов, определяющих положение вектора луча визирования в системе координат камеры, необходимо знать способ и закон сканирования (съемки), применяемый в конкретной системе наблюдения. В настоящее время в системах наблюдения наиболее часто применяется метод равномерного поэлементного сканирования в плоскости, перпендикулярной направлению полета носителя.

6 Лобанов А.Н. Фотограмметрия: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1984. 552 с.

7 Лобанов А.Н., Журкин И.Г. Автоматизация фотограмметрических процессов. М.: Недра, 1980. 240 с.

8 Щербаков В.Л. Гиперспектральное дистанционное зондирование в геологическом картировании: учеб. пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 136 с.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Баушев С.В., Гнусарев Н.В., Козин Е.В. Угломерный орбитальный метод определения геодезических координат точек местности // Информация и космос. 2007. № 4. С. 32–39.
2. Гудиев Д.М., Исламов А.Р. Аэрофотосъемка. Способы повышения качества и скорости геодезических изысканий // Железнодорожный транспорт и технологии: сборник трудов Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Екатеринбург, 27–28 ноября 2024 г. Екатеринбург: УрГУПС, 2025. Вып. 1(263). С. 202–205.
3. Ипатова Л.П., Хрущ Р.М. Автоматическая идентификация одноименных областей и точек стереопары фотоснимков // Геодезия и картография. 2001. № 6. С. 22–24.
4. Гарбук С.В., Гершензон В.Е. Космические системы дистанционного зондирования Земли: монография. М.: СканЭкс: А и Б, 2002. 295 с.

5. Хрущ Р.М. Этапы становления и развития фотограмметрии в России // Геодезия и картография. 2003. № 7. С. 50–61.
6. Сквасников М.А., Алтухов А.И., Дудин Е.А. и др. Решение задач экологического мониторинга с использованием данных дистанционного зондирования Земли // Метеорологический вестник. 2013. Т. 5, № 2. С. 16–22.
7. Тарелкин Е.П. Новая парадигма в картографии и ее влияние на образование // Информация и космос. 2005. № 1. С. 58–60.
8. Белоглазов И.Н., Казарин С.Н., Косьянчук В.В. Обработка информации в иконических системах навигации, наведения и дистанционного зондирования местности: монография. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 367 с.
9. Титаров П.С. Фотограмметрическая обработка спутниковых сканерных стереопар // Геодезия и картография. 2001. № 8. С. 30–34.
10. Зуев Ю.С., Решетнева Т.Г., Таченков А.А. Применение методов дистанционного зондирования в геоинформатике (на примере снимков камеры Aster) // Информатика и системы управления. 2003. № 1(5). С. 57–65.

АВТОР Козин Евгений Вячеславович

ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I», Санкт-Петербург, Россия
кафедра инженерной геодезии, факультет транспортного строительства
канд. техн. наук, доцент
 0000-0001-7552-275X

Поступила 28.04.2025. Принята к публикации 24.10.2025. Опубликовано 31.10.2025.



On the Determination of the Direction Cosines of the Sighting Beam Vector in the Coordinate Systems of Various Cameras (Sensors)

Evgeny V. Kozin ¹

¹ Emperor Alexander I St. Petersburg State University of Railway Engineering,
St. Petersburg, Russia

ekozin1970@mail.ru

CITATION Kozin EV. On the Determination of the Direction Cosines of the Sighting Beam Vector in the Coordinate Systems of Various Cameras (Sensors). *Izvestia Vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying*. 2025;69(5): 46–53. DOI:10.30533/GiA-2025-051.

KEYWORDS stereo, image, camera, coordinate, line of sight

ABSTRACT For determining the elevations of terrain points, the most suitable method is convergent surveying, where the sighting beam vector is inclined at an angle from the nadir. Measurement accuracy is maximized when the optical axes of the survey zones intersect at a right angle. Stereoscopic surveying involves three main components: beam recording by a camera (sensor, scanner), the movement of the carrier's center of mass, and changes in its angular position. The direction of the sighting beam vector in the coordinate system of the surveillance equipment is determined by the quantities defining the position of this vector. These quantities are the direction cosines of the sighting beam vector. To determine the direction cosines of the sighting beam in the coordinate systems of different cameras (sensors), analytical photogrammetric and stereophotogrammetric methods are typically used. Furthermore, it is important to consider that determining the direction cosines of the sighting beam vector in the coordinate system of cameras (sensors) with different imaging geometries requires knowledge of the scanning (shooting) method and law used in the specific surveillance system. Recently, the most commonly used method in modern surveillance systems is uniform element-by-element scanning in a plane perpendicular to the flight direction of the surveillance equipment carrier. This article offers a brief analysis of determining angular quantities (direction cosines) in the coordinate systems of frame, panoramic, slit, and optical-mechanical cameras.

REFERENCES 1. Baushev SV, Gnusarev NV, Kozin EV. Uglomernyj orbital'nyj metod opredelenija geodezicheskikh koordinat toček mestnosti [Goniometric orbital method

- for determining geodetic coordinates of terrain points]. *Information and Space*. 2007;4: 32–39. (In Russian).
2. Gudiev DM, Islamov AR. Ajerofotos”emka. Sposoby povyshenija kachestva i skorosti geodezicheskikh izyskanij [Aerial photography. Methods for improving the quality and speed of geodetic surveys]. *Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference with international participation “Railway transport and technologies”, Yekaterinburg, November 27–28, 2024*. Yekaterinburg: USURT; 2025;1(263): 202–205. (In Russian).
 3. Ipatova LP, Khrushch RM. Avtomaticheskaja identifikacija odnoimennykh oblastej i tochek stereopary fotosnimkov [Automatic identification of identical areas and points of a stereo pair of photographs]. *Geodesy and Cartography*. 2001;6: 22–24. (In Russian).
 4. Garbuk SV, Gershenzon VE. *Kosmicheskie sistemy distancionnogo zondirovanija Zemli* [Space systems of remote sensing of the Earth] [monograph]. Moscow: SkanJEks: A i B; 2002. 295 p. (In Russian).
 5. Khrushch RM. Jetapy stanovlenija i razvitija fotogrammetrii v Rossii [Stages of formation and development of photogrammetry in Russia]. *Geodesy and Cartography*. 2003;7: 50–61. (In Russian).
 6. Skvaznikov MA, Altukhov AI, Dudin EA, et al. Reshenie zadach jekologicheskogo monitoringa s ispol’zovaniem dannyh distancionnogo zondirovanija Zemli [Solving environmental monitoring problems using Earth remote sensing data]. *Meteorological bulletin*. 2013;5(2): 16–22. (In Russian).
 7. Tarelkin EP. Novaja paradigma v kartografii i ee vlijanie na obrazovanie [New paradigm in cartography and its impact on education]. *Information and Space*. 2005;1: 58–60. (In Russian).
 8. Beloglazov IN, Kazarin SN, Kos’janchuk VV. *Obrabotka informacii v ikonicheskikh sistemah navigacii, navedenija i distancionnogo zondirovanija mestnosti* [Information processing in iconic systems of navigation, guidance and remote sensing of terrain] [monograph]. Moscow: FIZMATLIT; 2012. 367 p. (In Russian).
 9. Titarov PS. Fotogrammetricheskaja obrabotka sputnikovyh skanernyh stereopar [Photogrammetric processing of satellite scanner stereopairs]. *Geodesy and Cartography*. 2001;8: 30–34. (In Russian).
 10. Zuev JuS, Reshetneva TG, Tachenkov AA. Primenenie metodov distancionnogo zondirovanija v geoinformatike (na primere snimkov kamery Aster) [Application of remote sensing methods in geoinformatics (on the example of the Aster camera images)]. *Information Science and Control Systems*. 2003;1(5): 57–65. (In Russian).

AUTHOR Evgeny V. Kozin

Emperor Alexander I St. Petersburg State University of Railway Engineering,
St. Petersburg, Russia

Department of Engineering Geodesy, Faculty of Transport Construction

PhD in Engineering, Associate Professor

 0000-0001-7552-275X

Submitted: April 28, 2025. Accepted: October 24, 2025. Published: October 31, 2025.